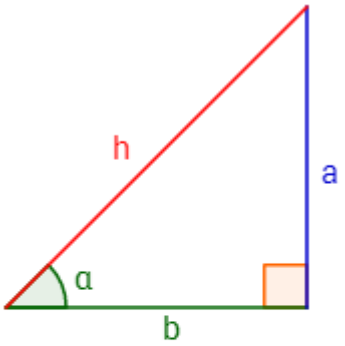
TRIGONOMETRÍA BÁSICA

Si conocemos dos lados de un triángulo rectángulo, podemos calcular el otro lado aplicando el teorema de Pitágoras. Sin embargo, en ocasiones no conocemos dos lados, pero sí conocemos uno de los otros dos ángulos no rectos. En estos casos es cuando utilizamos el **seno** y el **coseno**.

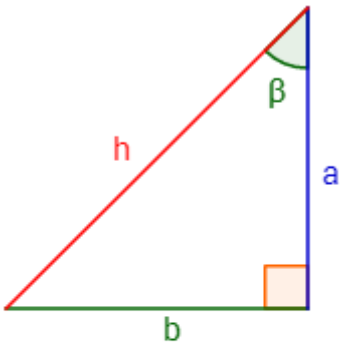


$$\cos(\alpha) = \frac{b}{h}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{h}$$

- El **coseno** de un ángulo α se define como el cociente del **lado contiguo** al ángulo α y la hipotenusa.
- El **seno** de α se define como el cociente del **lado opuesto** al ángulo α y la hipotenusa.

Nota: si cambiamos de ángulo, cambian los numeradores:



$$\cos(\beta) = \frac{a}{h}$$

$$\sin(\beta) = \frac{b}{h}$$

Normalmente, para referirnos al seno de α podemos escribir sin(α), sen(α) ó seno(α). Y para el coseno, cos(α) ó coseno(α).

La **tangente** del ángulo α es el cociente del seno y del coseno de dicho ángulo:

$$\mathbf{tan}(\boldsymbol{\alpha}) = \frac{\mathbf{sin}\ (\boldsymbol{\alpha})}{\mathbf{cos}\ (\boldsymbol{\alpha})}$$

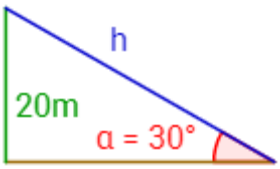
La tangente es el cociente del lado opuesto y del lado contiguo.

La tangente del ángulo α puede escribirse como tan(α) y como tg(α), entre otras.

Ejemplos de aplicación

Problema 1

Se desea sujetar un poste de 20 metros de altura con un cable que parte de la parte superior del mismo hasta el suelo de modo que forme un ángulo de 30º.



Calcular el precio del cable si cada metro cuesta 12$.

Solución:

Como conocemos el lado opuesto, a=20m, utilizamos el seno para calcular la hipotenusa del triángulo:

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{h} \rightarrow$$

$$h = \frac{a}{\sin(\alpha)}$$

Sustituimos el ángulo y el lado:

$$h = \frac{20}{\sin(30°)} =$$

$$= \frac{20}{0,5} = 40\ m$$

Luego el cable debe medir 40 metros y su precio es de 480$:

$$40 \cdot 12\$ = 480\$$$

Problemas de trigetría (seno y coseno)

Contenido de esta página:

- **Introducción:** triángulo rectángulo, **seno**, **coseno**, tangente, arcoseno y arcocoseno.
- **10 problemas resueltos** (seno y coseno).

Páginas relacionadas:

- Teorema del seno
- Teorema del coseno
- Identidades trigonométricas
- Demostraciones de trigonometría

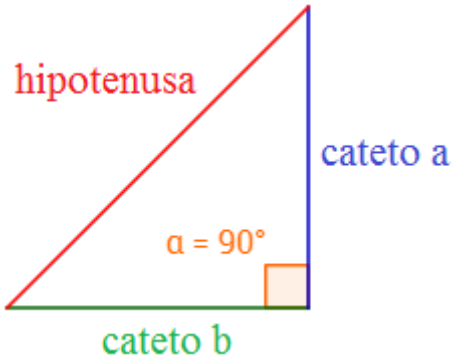
---

1. Introducción

Triángulo rectángulo

Recordamos que un triángulo es rectángulo cuando tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados ó $\pi/2$π/2 radianes.

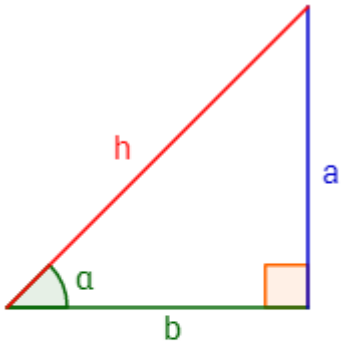
De los tres lados del triángulo, se llama hipotenusa al lado opuesto al ángulo recto. Los otros dos lados se denominan catetos:



Si conocemos dos lados del triángulo, podemos calcular el otro aplicando el teorema de Pitágoras.

Sin embargo, en ocasiones no conocemos dos lados, pero sí conocemos uno de los otros dos ángulos no rectos. En estos casos es cuando utilizamos el **seno** y el **coseno**.

Seno y coseno



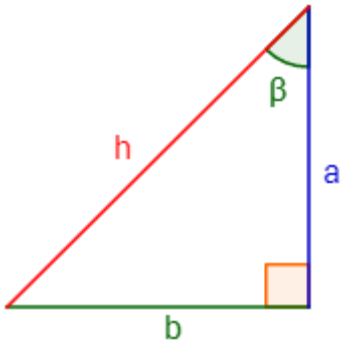
$$cos(\alpha) = \frac{b}{h}$$

$$sin(\alpha) = \frac{a}{h}$$

El **coseno** de un ángulo αα se define como el cociente del **lado contiguo** al ángulo αα y la hipotenusa.

De forma análoga, el **seno** de αα se define como el cociente del **lado opuesto** al ángulo αα y la hipotenusa.

Nota: si cambiamos de ángulo, cambian los numeradores:



$$\cos(\beta) = \frac{a}{h}$$

$$\sin(\beta) = \frac{b}{h}$$

Normalmente, para referirnos al seno de αα podemos escribir sin(α)sin(α), sen(α)sen(α) ó seno(α)seno(α). Y para el coseno, cos(α)cos(α) ó coseno(α)coseno(α) .

Nosotros utilizaremos sin(α)sin(α) y cos(α)cos(α).

Regla mnemotécnica: el COseno es el lado COntiguo entre la hipotenusa y el senO es el lado Opuesto entre la hipotenusa.

Tangente

La tangente del ángulo αα es el cociente del seno y del coseno de dicho ángulo:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

La tangente es el cociente del lado opuesto y del lado contiguo.

La tangente del ángulo αα puede escribirse como tan(α)tan(α) y como tg(α)tg(α), entre otras.

No utilizaremos la tangente en esta página.

Arcoseno y arcocoseno

Si conocemos el seno (o coseno) de un ángulo αα, podemos conocer el ángulo αα mediante la función arcoseno (o arcocoseno).

En esta página sólo utilizaremos estas funciones en la calculadora con las teclas $\sin^{-1}$sin−1 (arcoseno) y $\cos^{-1}$cos−1 (arcocoseno).

Nota: hay que tener cuidado con las funciones arcoseno y arcocoseno ya que hay ángulos que tienen el mismo seno o coseno. Por ejemplo, el seno de 45º es el mismo que el de 135º:

$$\sin(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

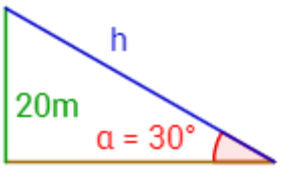
$$\sin(135°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. Problemas resueltos

Nota previa: para simplificar los cálculos, aproximaremos las razones trigonométricas con dos o tres decimales por redondeo o por truncamiento. Como consecuencia, los resultados pueden ser no exactos.

Problema 1

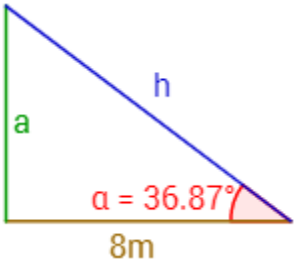
Se desea sujetar un poste de 20 metros de altura con un cable que parte de la parte superior del mismo hasta el suelo de modo que forme un ángulo de 30º.



Calcular el precio del cable si cada metro cuesta 12$.

Solución

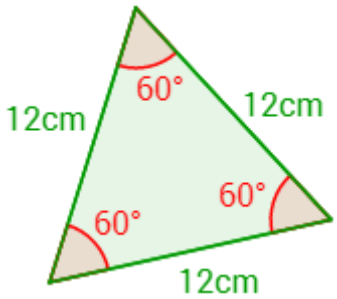
Problema 2



Calcular la altura, aa, de un árbol sabiendo que, si nos situamos 8 metros de la base del tronco, vemos la parte superior de su copa en un ángulo de 36.87º.

Solución

Problema 3



Calcular cuánto mide la mediana de un triángulo equilátero (los tres ángulos son de 60 grados) cuyos lados miden 12cm.

Ayuda: la mediana es la distancia del segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto a éste.

Solución

Problema 4

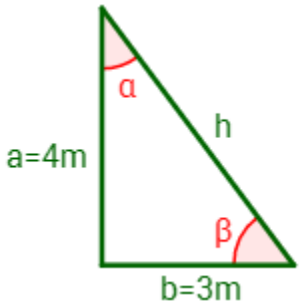
Escribir una fórmula para calcular la longitud de la mediana de un triángulo equilátero de lado d.

Ayuda: la fórmula se puede obtener rápidamente a partir del problema anterior.

Solución

Problema 5

Del siguiente triángulo rectángulo se conocen sus dos catetos: uno mide 4m y el otro mide 3m:

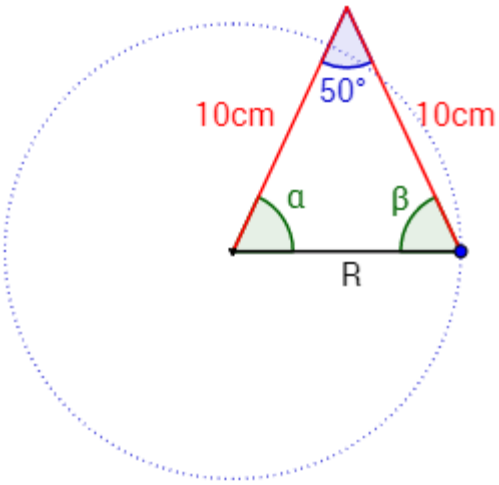


Calcular la hipotenusa y los ángulos αα y ββ.

Solución

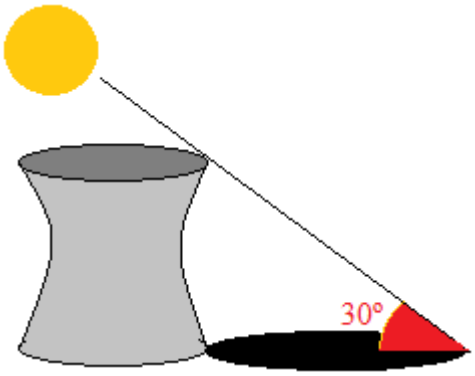
Problema 6

Calcular el radio de la circunferencia que se obtiene al utilizar un compás cuyos brazos miden 10cm si éstos forman un ángulo de 50º.



Solución

Problema 7

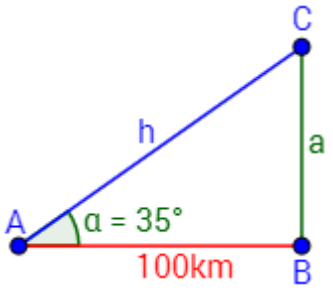


Calcular la altura de la torre de refrigeración de una central nuclear si se sabe que su sombra mide 271 metros cuando los rayos solares forman un ángulo de 30º.

Solución

Problema 8

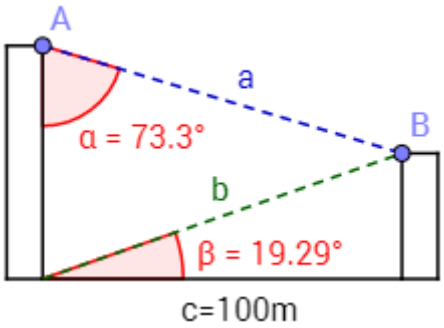
Las ciudades A, B y C son los vértices de un triángulo rectángulo:



Calcular la distancia entre las ciudades A y C y entre las ciudades B y C si la ciudad B se encuentra a 100km de la ciudad A y la carretera que una A con B forma un ángulo de 35º con la carretera que une A con C.

Solución

Problema 9



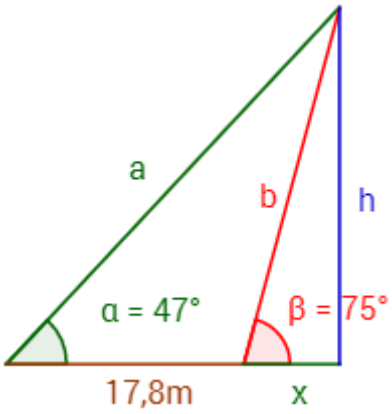
Miguel desea calcular la altura de dos edificios que están situados a 100 metros el uno del otro. Como tiene acceso al edificio más alto, observa que desde la azotea de dicho edificio se avista la azotea del otro bajo un ángulo de $\alpha=73{,}3^\circ$α=73,3∘. Desde la base del mismo edificio, se ve la azotea del otro edificio bajo un ángulo de $\beta=19{,}29^\circ$β=19,29∘.

¿Puede Miguel calcular la altura de los edificios con los tres datos con los que cuenta? En caso afirmativo, ¿cuál es la altura de cada uno?

Solución

Problema 10 (dificultad alta)

Desde una determinada distancia, una bandera situada en la parte superior de un torreón se observa con un ángulo de 47º. Si nos acercamos 17,8 metros al torreón, la bandera se observa con un ángulo de 75º.



Calcular la altura a la que se encuentra la bandera.

Nota: para simplificar los cálculos podemos escribir tan(α)tan(α) (tangente de αα) en lugar de sin(α)/cos(α)sin(α)/cos(α).

Solución

Recursos:

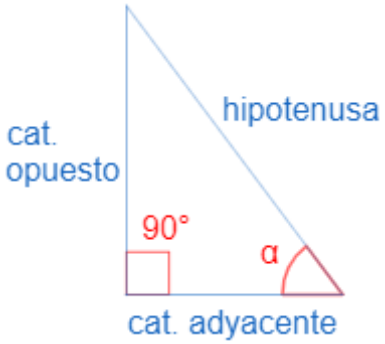
- Problemas de trigonometría (seno y coseno) (1)
- Problemas de trigonometría (2)
- Teorema de Pitágoras
- Teorema del seno
- Teorema del coseno
- Identidades trigonométricas
- Demostración del seno, coseno y tangente de la suma de ángulos
- Demostración de igualdades trigonométricas

Problemas de trigonometría

(seno, coseno y tangente)

Recordamos cómo calcular el seno, el coseno y la tangente del ángulo de un triángulo rectángulo a partir de sus lados y resolvemos algunos problemas de trigonometría básica aplicando dichas definiciones. Más problemas en problemas de trigonométria básica.

Sea el siguiente triángulo rectángulo:



- El **coseno** de un ángulo α es el cateto contiguo o adyacente al ángulo recto entre la hipotenusa:

$$\cos(\alpha) = \frac{cat.\,contiguo}{hipotenusa}$$

- El **seno** es el cateto opuesto al ángulo recto entre la hipotenusa:

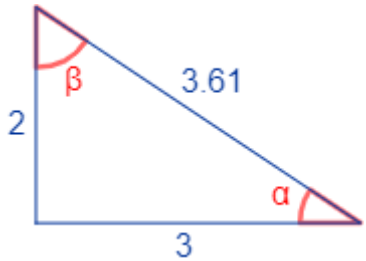
$$\sin(\alpha) = \frac{cat.\,opuesto}{hipotenusa}$$

- La **tangente** es el seno entre el coseno:

$$\mathrm{tg}(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \\ = \frac{cat.\,opuesto}{cat.\,contiguo}$$

Problema 1

Calcular el seno, el coseno y la tangente de los ángulos α y β del siguiente triángulo:



Solución

Ángulo α:

$$\sin(\alpha) = \frac{2}{3.61} = 0.555$$

$$\cos(\alpha) = \frac{3}{3.61} = 0.832$$

$$\mathrm{tg}(\alpha) = \frac{2}{3} = 0.667$$

Ángulo β:

$$\sin(\beta) = \frac{3}{3.61} = 0.832$$

$$\cos(\beta) = \frac{2}{3.61} = 0.555$$

$$\mathrm{tg}(\beta) = \frac{3}{2} = 1.5$$

Problema 2

Calcular los ángulos α y β del problema anterior (utilizando calculadora).

Solución

Podemos calcular los ángulos si conocemos su seno, coseno o tangente con las teclas sin−1sin−1, cos−1cos−1 ó tan−1tan−1:

$$\alpha = \sin^{-1}(0.555) =$$

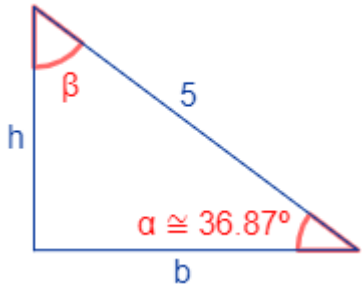
$$= 33.71°$$

$$\beta = \sin^{-1}(0.832) =$$

$$= 56.30°$$

Problema 3

Calcular el perímetro del siguiente triángulo:



Solución

Como el perímetro es la suma de los lados, necesitamos calcular los catetos hh (altura) y bb (base) del triángulo.

Recordamos las fórmulas del seno y del coseno:

$$\sin(\alpha) = \frac{cat.opuesto}{hipotenusa}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{cat.contiguo}{hipotenusa}$$

Como conocemos el ángulo α y la hipotenusa,

$$\sin(36.87°) = \frac{cat.opuesto}{5}$$

$$\cos(36.87°) = \frac{cat.contiguo}{5}$$

Despejamos:

$$cat.opuesto =$$

$$= 5 \cdot \sin(36.87°) =$$

$$= 5 \cdot 0.600 = 3$$

$$cat.contiguo =$$

$$= 5 \cdot \cos(36.87°) =$$

$$= 5 \cdot 0.800 = 4$$

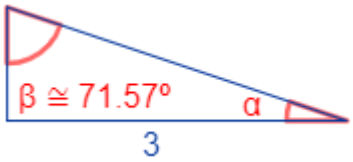
Calculamos el perímetro:

$$P = 3 + 4 + 5 =$$

$$= 12$$

Problema 4

Calcular la hipotenusa del siguiente rectángulo:



Solución

Podemos calcular la hipotenusa a partir del seno del ángulo β porque conocemos el cateto opuesto a dicho ángulo:

$$\sin(71.57°) = \frac{3}{hipotenusa}$$

Despejando,

$$hipotenusa =$$

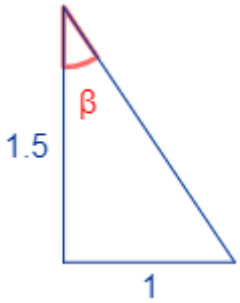
$$= \frac{3}{\sin(71.57°)} =$$

$$= \frac{3}{0.949} = 3.161$$

La hipotenusa mide 3.161.

Problema 5

Calcular el ángulo β del triángulo utilizando la tangente:



Solución

Utilizamos la tangente:

$$\mathrm{tg}(\beta)=\frac{cat.\,opuesto}{cat.\,contiguo}=$$

$$=\frac{1}{1.5}=\frac{2}{3}=0.667$$

Por tanto, el ángulo es

$$\tan^{-1}(0.667)=33.70°$$

También, podemos utilizar el seno o el coseno, pero necesitamos la hipotenusa, que podemos calcularla por el teorema de Pitágoras porque conocemos los dos catetos del triángulo rectángulo.