matesfacil

Teorema de Pitágoras

Contenido de esta página:

- Introducción y Teorema
- **12 Problemas Resueltos:** aplicación del Teorema de Pitágoras
- **Test** sobre Pitágoras (10 problemas)

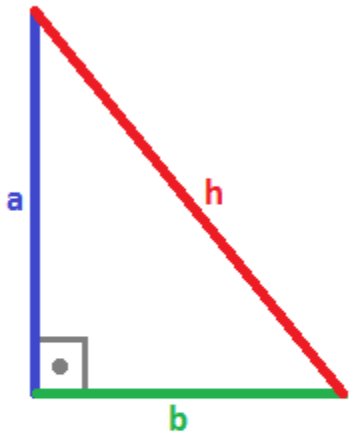
Páginas relacionadas:

- Más problemas de Pitágoras
- Más problemas de Pitágoras (2)
- Calculadora online de Pitágoras
- Ejercicios interactivos de geometría
- Foro de ayuda
- Problemas y Ecuaciones
- Logaritmos
- Calculadora de porcentajes
- Ecuaciones Resueltas

1. Introducción

Teorema: dado un triángulo rectángulo de catetos a y b e hipotenusa h (el lado opuesto al ángulo recto). Entonces,

$$\boxed{h^2 = a^2 + b^2}$$



Despejando,

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{h^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{h^2 - a^2}$$

Recordemos que:

- el triángulo es **rectángulo** porque tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados ó π / 2 radianes.
- la **hipotenusa** es el lado opuesto al ángulo recto

Nota: h siempre es mayor que los dos catetos, es decir, $h > a$ y $h > b$.

El teorema de Pitágoras es uno de los resultados más conocidos de las matemáticas y también uno de los más antiguos. Existen cientos de demostraciones de este resultado.

La pirámide de Kefrén (siglo XXVI a. C.) fue construida en base al llamado *triángulo sagrado egipcio*, que es el triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5.

La comprensión del teorema es sencilla y tiene muchas aplicaciones en la vida cotidiana, como veremos en los problemas de esta sección. Pero también tiene sus aplicaciones en las matemáticas avanzadas (análisis vectorial, análisis funcional...).

2. 12 Problemas Resueltos

Problema 1

Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo de lados 3cm y 4cm.

Ver solución

Los lados son

$$a = 3cm \ , \ b = 4cm$$

Aplicando el teorema de Pitágoras,

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{a^2 + b^2} = \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} = \\ &= \sqrt{9 + 16} = \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

Por tanto, la hipotenusa mide 5cm.

Problema 2

Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 2cm y uno de sus lados mide 1cm, ¿cuánto mide el otro lado?

Ver solución

Llamamos a los lados a y b y a la hipotenusa h. Sabemos que

$$h = 2 \ , \ a = 1$$

Por Pitágoras, sabemos que

$$h^2 = a^2 + b^2$$

Sustituyendo los valores conocidos tenemos que

$$2^2 = 1^2 + b^2 \rightarrow$$
$$4 = 1 + b^2 \rightarrow$$

Ahora despejamos *b* en la ecuación

$$4 - 1 = b^2 \rightarrow$$
$$3 = b^2 \rightarrow$$
$$b = \pm\sqrt{3}$$

Hemos escrito los signos positivo y negativo porque es lo que, en teoría, debemos hacer. Pero como b representa la longitud de un cateto, no puede ser un número negativo.

Por tanto, el cateto mide

$$b = +\sqrt{3}\ cm \approx 1.73cm$$

Podemos dejar la raíz cuadrada o aproximarla.

Problema 3

Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos lados miden $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$.

Ver solución

Llamamos a los catetos *a* y *b* y a la hipotenusa *h* (no importa el nombre que le demos a cada cateto).

Sabemos que

$$a = \sqrt{2},\ \ b = \sqrt{3}$$

Por el teorema de Pitágoras, sabemos que

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Sustituimos en la ecuación los valores conocidos (*a* y *b*), obteniendo:

$$h = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2}$$

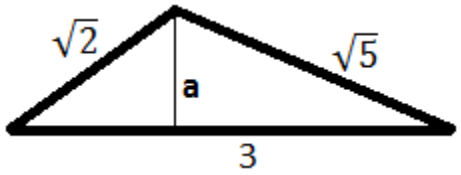
Recordamos que el cuadrado de una raíz cuadrada es su radicando (lo de dentro de la raíz), por tanto,

$$h = \sqrt{2+3} =$$
$$= \sqrt{5} \approx 2.24$$

Por tanto, la hipotenusa mide aproximadamente 2.24. No indicamos la unidad de medida (mm, cm, dm, m…) ya que no se indica en el enunciado.

Problema 4 (dificultad muy alta)

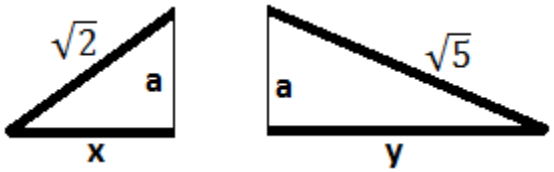
Calcular la altura del siguiente triángulo sabiendo que sus lados miden $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ y su base 3.



Ver solución

Para poder calcular la altura del triángulo, *a*, tenemos que dividirlo en dos triángulos rectángulos (para poder aplicar el teorema de Pitágoras).

Los dos triángulos son los siguientes:



La base del triángulo (que mide 3) se divide en dos (la base de cada triángulo). No sabemos cuánto mide cada base, pero sí que sabemos que

$$x + y = 3$$

Aplicamos Pitágoras al primer triángulo y obtenemos la ecuación:

$$\left(\sqrt{2}\right)^2 = a^2 + x^2 \rightarrow$$
$$2 = a^2 + x^2$$

Notemos que no conocemos ninguno de los dos catetos.

Procediendo del mismo modo para el otro triángulo, obtenemos

$$\left(\sqrt{5}\right)^2 = a^2 + y^2 \rightarrow$$
$$5 = a^2 + y^2$$

Es decir, tenemos las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} 2 = a^2 + x^2 \\ 5 = a^2 + y^2 \\ 3 = x + y \end{cases}$$

Podemos aislar la *y* en la tercera ecuación, obteniendo

$$y = 3 - x$$

En la segunda ecuación tenemos una *y*, que sabemos que es *3 - x*, así que sustituimos en ella:

$$\begin{cases} 5 = a^2 + y^2 \\ y = 3 - x \end{cases} \rightarrow$$

$$5 = a^2 + (3 - x)^2$$

Como tenemos una resta al cuadrado, aplicamos la fórmula del binomio de Newton, que recordamos que es

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

Por tanto,

$$5 = a^2 + (3 - x)^2 \rightarrow$$
$$5 = a^2 + 3^2 + x^2 - 2 \cdot 3x =$$
$$5 = a^2 + 9 + x^2 - 6x$$

Ahora despejamos a^2

$$a^2 = 5 - 9 - x^2 + 6x \rightarrow$$
$$a^2 = -4 - x^2 + 6x$$

Recordemos que también teníamos la ecuación

$$2 = a^2 + x^2$$

Despejamos también en ella a^2

$$2 = a^2 + x^2 \rightarrow$$
$$a^2 = 2 - x^2$$

Es decir, las dos ecuaciones que tenemos son

$$\begin{cases} a^2 = -4 - x^2 + 6x \\ a^2 = 2 - x^2 \end{cases}$$

Y como $a^2 = a^2$, podemos igualar ambas expresiones obteniendo una ecuación de primer grado

$$2 - x^2 = -4 - x^2 + 6x \rightarrow$$
$$2 - x^2 + x^2 + 4 = 6x \rightarrow$$
$$6 = 6x \rightarrow$$
$$x = \frac{6}{6} = 1$$

Sabiendo el valor de x podemos obtener el de y

$$y = 3 - x = 3 - 1 = 2$$

Ya sabemos cuánto mide cada base y podemos ahora calcular la altura.

La primera de las ecuaciones era

$$2 = a^2 + x^2$$

Como sabemos que $x = 1$ tenemos que

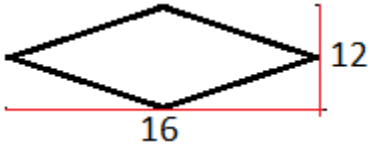
$$2 = a^2 + 1 \rightarrow$$
$$2 - 1 = a^2 \rightarrow$$
$$a^2 = 1 \rightarrow$$
$$a = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

Y como a es la altura, no puede ser negativa. Por tanto, la altura del triángulo es

$$a = 1$$

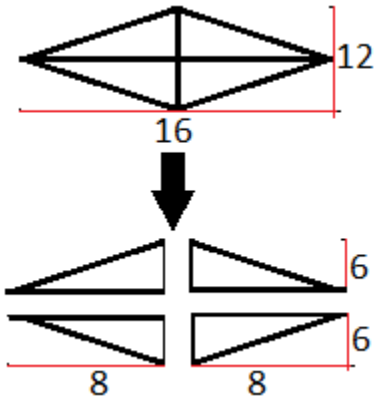
Problema 5

Calcular el perímetro del siguiente rombo si sabemos que sus diagonales (altura y anchura) miden 16 y 12.



Ver solución

Podemos dividir el rombo en cuatro triángulos rectángulos (determinados por sus diagonales):



Recordamos que en los rombos todos los lados miden lo mismo, con lo que podemos trabajar con cualquiera de los triángulos obtenidos (todos son iguales).

Además, como hemos realizado una división simétrica, sabemos que los catetos miden 8 y 6 en cada triángulo.

Para calcular la hipotenusa aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$h = \sqrt{8^2 + 6^2} =$$
$$= \sqrt{64 + 36} =$$
$$= \sqrt{100} = 10$$

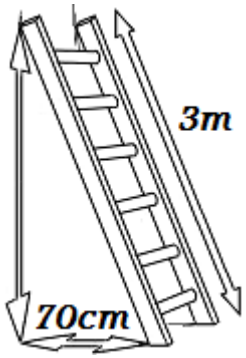
Por tanto, cada lado del rombo (o sea, cada hipotenusa) mide 10.

El perímetro es la suma de todos los lados. Como éstos son iguales, sólo tenemos que multiplicar por 4:

$$\text{Perímetro} = 4 \cdot 10 = 40$$

Problema 6

Calcular la altura que podemos alcanzar con una escalera de 3 metros apoyada sobre la pared si la parte inferior la situamos a 70 centímetros de ésta.

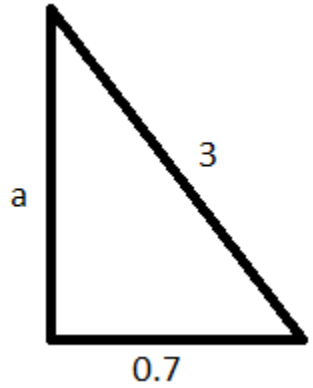


Ver solución

Hay que tener en cuenta que las unidades de medida no son las mismas. Podemos escribirlas todas en metros, así que

$$70 \text{ cm} = 7 \text{ dm} = 0.7 \text{ m}$$

El triángulo que tenemos es



La altura es uno de los catetos. Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcularla:

$$\begin{aligned} 3^2 &= a^2 + 0.7^2 \quad \rightarrow \\ 9 &= a^2 + 0.49 \rightarrow \\ a^2 &= 9 - 0.49 \quad \rightarrow \\ a^2 &= 8.51 \end{aligned}$$

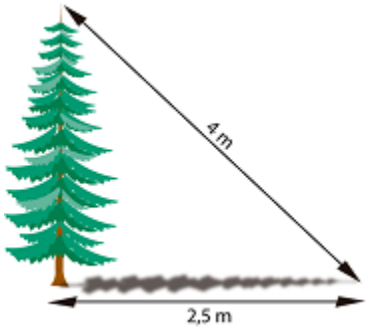
Por tanto,

$$a = \pm\sqrt{8.51} \approx \pm 2.92$$

Pero como a es la altura, debe ser positiva. Por tanto, la altura será, aproximadamente

$$a \approx 2.92\ m$$

Problema 7

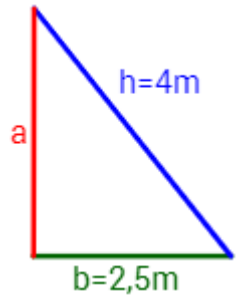


Al atardecer, un árbol proyecta una sombra de 2,5 metros de longitud. Si la distancia desde la parte más alta del árbol al extremo más alejado de la sombra es de 4 metros, ¿cuál es la altura del árbol?

Ver solución

Imaginamos un triángulo rectángulo de modo que

- su base, b, es la sombra del árbol,
- su altura, a, es la altura del árbol y
- su hipotenusa, h, es la distancia desde el árbol al extremo de la sombra.



Como el triángulo es rectángulo, aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular su altura, a:

$$h^2 = a^2 + b^2 \quad \rightarrow$$

$$4^2 = a^2 + (2,5)^2 \rightarrow$$

$$16 = a^2 + 6,25 \quad \rightarrow$$

$$a^2 = 16 - 6,25 =$$

$$= 9,75$$

Finalmente, hacemos la raíz cuadrada:

$$a = \sqrt{9,75} \cong$$

$$\cong 3,12\ m$$

Por tanto, la altura del árbol es, aproximadamente, 3,12 metros.

Problema 8

La medida que se utiliza en los televisores es la longitud de la diagonal de la pantalla en unidades de pulgadas. Una pulgada equivale a 2,54 centímetros:

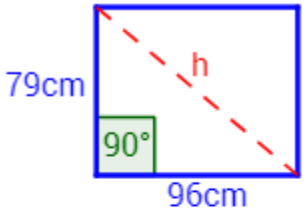
$$1'' = 2,54\ cm$$

Si David desea comprar un televisor para colocarlo en un hueco de 96x79cm, ¿de cuántas pulgadas debe ser el televisor?

Ver solución

Para calcular las pulgadas que caben en el hueco, debemos calcular cuánto mide su diagonal y escribir el resultado en pulgadas.

Como la diagonal del hueco es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, aplicamos el teorema de Pitágoras:



$$h^2 = 96^2 + 79^2 \rightarrow$$

$$h^2 = 15.457 \quad \rightarrow$$

$$h = \sqrt{15.457} \cong$$

$$\cong 124,32\ cm$$

Por tanto, la diagonal mide unos 124,32cm.

Nota: hemos redondeado la raíz cuadrada a la baja para que el televisor quepa en el hueco.

Pasamos de centímetros a pulgadas aplicando una regla de tres:

Centímetros	Pulgadas
$2,54$	1
$124,32$	x

Luego 124,32 centímetros son 51,8 pulgadas:

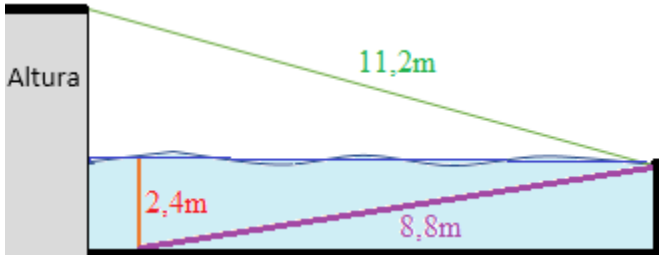
$$x = \frac{124,32 \cdot 1}{2,54} \cong$$

$$\cong 48,94''$$

Por tanto, el televisor que debe comprar David no puede exceder las 48,94 pulgadas.

Problema 9

Un clavadista está entrenando en una piscina con una plataforma. Cuando realiza el salto, cae a una distancia de 1 metro de la plataforma sumergiéndose 2,4 metros bajo el agua. Para salir a la superficie, bucea hasta el final de la piscina siguiendo una línea transversal de 8,8 metros de longitud.



Si la longitud desde la parte superior de la plataforma al lugar en donde emerge del agua es de 11,2 metros, ¿cuál es la altura de la plataforma (desde el nivel del agua)?

Ver solución

Según el diagrama, la profundidad de la piscina es de 2,4 metros. Calculamos su longitud:

Tenemos un rectángulo de altura 2,4m y cuya diagonal mide 8,8m. Por Pitágoras, su base b es

$$8,8^2 = 2,4^2 + b^2 \quad \rightarrow$$

$$b^2 = 77,44 - 5,76 =$$

$$= 71,68 \quad \rightarrow$$

$$b = \sqrt{71,68} \cong$$

$$\cong 8,46m$$

Pero como el clavadista cae a 1 metro de la plataforma, la longitud de la piscina es 9,46 metros.

Para calcular la altura a de la plataforma nos ayudamos del triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 11,2m y cuya base mide 9,46m:

$$11,2^2 = 9,46^2 + a^2 \rightarrow$$

$$a^2 = 11,2^2 - 9,46^2 =$$

$$= 35,9484 \quad \rightarrow$$

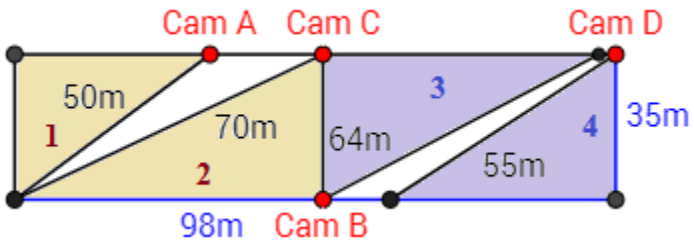
$$a = \sqrt{35,9484} \cong$$

$$\cong 5,996\ m$$

Por tanto, la altura de la plataforma es de casi 6 metros por encima del nivel del agua.

Problema 10

Un aparcamiento con forma rectangular de dimensiones 35x98 metros es controlado por cuatro cámaras de vigilancia.



La cámara A observa el área 1; la cámara B, el área 2; la cámara C, el área 3; y la cámara D, el área 4.

Calcular el porcentaje del área del aparcamiento que no es vigilada por ninguna cámara.

Ver solución

Las cuatro regiones tienen forma de triángulo rectángulo y podemos calcular sus áreas ya que conocemos sus hipotenusas y uno de sus catetos (es la altura del aparcamiento).

Como conocemos las dimensiones del aparcamiento, también podemos calcular el área total del mismo. Así, el área que no está controlada es el área total menos el de las regiones.

Calculamos el área de las regiones:

Región 1:

La hipotenusa mide 50m y uno de los catetos mide 35m (altura del aparcamiento). Calculamos el otro cateto, a, por Pitágoras:

$$50^2 = a^2 + 35^2 \quad \rightarrow$$

$$2500 = a^2 + 1225 \rightarrow$$

$$a^2 = 2500 - 1225 =$$

$$= 1275 \rightarrow$$

$$a = \sqrt{1275} \cong 35,71\ m$$

Luego el área de la región es (base por altura dividido entre 2)

$$A_1 = \frac{35,71 \cdot 35}{2} =$$

$$= 624,9\ m^2$$

Repetimos este procedimiento para las otras regiones.

Región 2:

La hipotenusa mide 70m y uno de los catetos mide 35m. Calculamos el otro cateto, b, por Pitágoras:

$$\begin{aligned} 70^2 &= b^2 + 35^2 \quad \rightarrow \\ 4900 &= b^2 + 1225 \rightarrow \\ b^2 &= 4900 - 1225 = \\ &= 3675 \rightarrow \\ b &= \sqrt{3675} \cong 60,62\ m \end{aligned}$$

Luego el área de la región es

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{60,62 \cdot 35}{2} \cong \\ &\cong 1060,85\ m^2 \end{aligned}$$

Región 3:

La hipotenusa mide 64m y uno de los catetos mide 35m. Calculamos el otro cateto, c, por Pitágoras:

$$\begin{aligned} 64^2 &= c^2 + 35^2 \quad \rightarrow \\ 4096 &= c^2 + 1225 \rightarrow \\ c^2 &= 4096 - 1225 = \\ &= 2871 \quad \rightarrow \\ c &= \sqrt{2871} \cong 53,58\ m \end{aligned}$$

Luego el área de la región es

$$A_3 = \frac{53,58 \cdot 35}{2} \cong$$

$$\cong 937,65\ m^2$$

Región 4:

La hipotenusa mide 55m y uno de los catetos mide 35m. Calculamos el otro cateto, d, por Pitágoras:

$$55^2 = d^2 + 35^2 \quad \rightarrow$$

$$3025 = d^2 + 1225 \rightarrow$$

$$d^2 = 3025 - 1225 =$$

$$= 1800 \quad \rightarrow$$

$$d = \sqrt{1800} \cong 42,43\ m$$

Luego el área de la región es

$$A_4 = \frac{42,43 \cdot 35}{2} \cong$$

$$\cong 742,53\ m^2$$

La suma de las áreas cubiertas por las cámaras es

$$A_C = 624,9 + 1060,85 +$$

$$+937,65 + 742,53 =$$

$$= 3.365,93\ m^2$$

El área total del aparcamiento es

$$A_T = 35 \cdot 98 =$$

$$= 3.430\ m^2$$

Por tanto, el área no cubierta por las cámaras es

$$A_N = 3.430 - 3.365,93 =$$

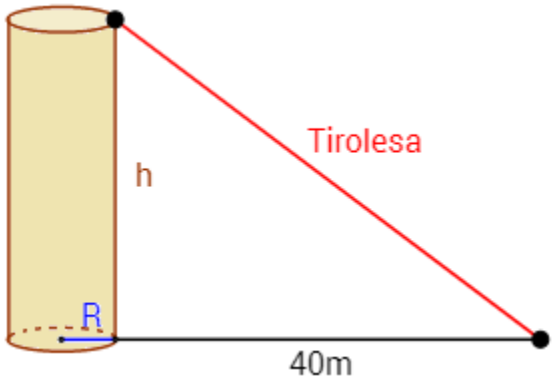
$$= 64,07\ m^2$$

Luego el porcentaje de área no cubierta por las cámaras de vigilancia es aproximadamente el 1,9%:

$$\frac{64,07 \cdot 100}{3.430} \cong 1,868$$

Problema 11

Un parque de diversiones quiere construir una nueva atracción que consiste en una tirolesa que parte desde la base superior de una columna con forma cilíndrica. Si el radio de la columna es $R = 2m$ metros y el área de su lateral es de 120 metros cuadrados, calcular la longitud del cable de la tirolesa para que alcance el suelo a 40 metros de distancia de la columna.



Ver solución

Tenemos un triángulo rectángulo de base 40m cuya hipotenusa coincide con la tirolesa. La altura de la columna, h, la podemos calcular a partir de su área lateral y su radio, R.

El área lateral del cilindro es la del rectángulo de altura h y cuya base es el diámetro de la base del cilindro, es decir, dos veces el radio.

Por tanto, el área del lateral de la columna es

$$A = 2 \cdot R \cdot h$$

Sustituimos el área ($A = 120m^2$) y el radio ($R = 2m$) y resolvemos la ecuación:

$$\begin{aligned} 120 &= 2 \cdot 2 \cdot h \rightarrow \\ 120 &= 4h \quad \rightarrow \\ h &= \frac{120}{4} = 30\ m \end{aligned}$$

Luego la altura de la columna es de 30 metros.

Finalmente, calculamos la hipotenusa aplicando el teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{30^2 + 40^2} \quad \rightarrow \\ L &= \sqrt{900 + 1600} \rightarrow \\ L &= \sqrt{2500} = 50\ m \end{aligned}$$

Nota: hemos llamado L a la hipotenusa para no confundirla con la altura h de la columna.

El cable de la tirolesa debe medir 50 metros de longitud.

Problema 12 (dificultad alta)

Distancias Sol-Tierra-Luna. Supongamos que la luna está en la fase de su primer cuarto, lo que significa que desde la Tierra la vemos del siguiente modo

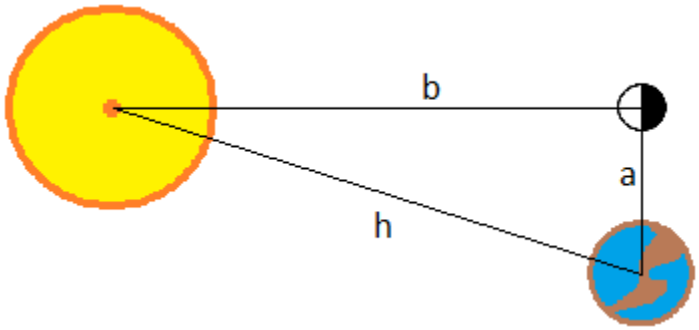
siendo la mitad clara la que vemos, es decir, la iluminada por el Sol.

Sabemos que la distancia de la Tierra a la Luna es de 384100km y de la Tierra al Sol es de unos 150 millones de kilómetros. Se desea calcular la distancia de la Luna al Sol en esta fase (considerar las distancias desde los centros).

Plantear el problema, pero no es necesario calcular el resultado.

Ver solución

La situación es la siguiente



La recta Sol-Luna y la recta Tierra-Luna forman un ángulo de 90 grados ya que si no, no veríamos la luna en su primer cuarto. La recta Tierra-Sol es la hipotenusa.

Por tanto, como conocemos la distancia Tierra-Luna (a) y la distancia Tierra-Sol (h), podemos calcular la distancia Sol-Luna (b) aplicando el teorema de Pitágoras:

$$a = 384\,100\ km$$
$$h = 150\,000\,000\ \ km$$

$$(150 \cdot 10^6)^2 = 384100^2 + b^2$$

No calculamos el valor de *b* porque como la distancia Tierra-Sol es muchísimo más grande que la distancia Tierra-Luna, al aproximar, obtendremos una distancia cercana a la de la Tierra-Sol. Pero sabemos que la distancia Luna-Sol será menor que la distancia Tierra-Sol (porque esta última es la hipotenusa).

Dicho en otras palabras, sabemos que

$$h^2 = a^2 + b^2$$

Como *a* es mucho más pequeño que *b*, lo cual se expresa mediante

$$a \ll b$$

Entonces

$$a^2 \ll b^2 \;\rightarrow\; a^2 + b^2 \approx b^2$$

Y por tanto

$$h^2 = a^2 + b^2 \approx b^2 \;\rightarrow\; h^2 \approx b^2$$

Más problemas: Problemas de Pitágoras (PyE).

X
7096
Me gusta
Compartir

3. Test: Teorema de Pitágoras

Escoger la opción correcta en todas las preguntas.

Pregunta 1

Un ángulo recto es...

Un ángulo de 45 grados.

Un ángulo de 90 grados.

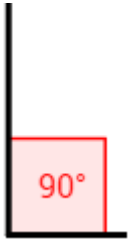
Un ángulo de 180 grados.

Razonamiento:

Mostrar

Un ángulo recto es un ángulo de α = 90 grados. En radianes,

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$



Pregunta 2

Para aplicar el teorema de Pitágoras...

Es necesario tener un ángulo obtuso.

Es necesario tener un ángulo recto.

Es necesario tener un triángulo equilátero.

Todas las opciones anteriores son falsas.

Razonamiento:

Mostrar

El único requisito que exige el teorema es que el ángulo sea recto.

Pregunta 3

En un triángulo rectángulo de lados 1cm y 1dm, ¿cuánto mide la hipotenusa?

$\sqrt{101}\ cm$

$\sqrt{202}\ cm$

$\sqrt{101}\ dm$

Todas las opciones anteriores son falsas.

Razonamiento:

Mostrar

Antes de aplicar el teorema tenemos que escribir las medidas en la misma unidad.

Pasaremos los decímetros a centímetros:

$$1dm = 1 \cdot 10cm =$$
$$= 10cm$$

Aplicamos el teorema:

$$h = \sqrt{a^2 + b^2} =$$
$$= \sqrt{1^2 + 10^2} =$$
$$= \sqrt{1 + 100} =$$
$$= \sqrt{101}\ cm$$

Pregunta 4

La diagonal de un rectángulo de lados 2cm y 4cm mide...

(a)

$$\sqrt{20}\ cm$$

(b)

$$\sqrt{0,3}\ dm$$

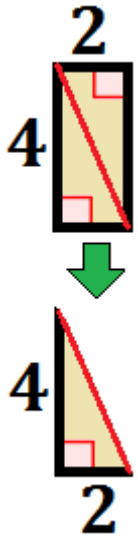
Las opciones **(a)** y **(b)** son correctas.

Las opciones **(a)** y **(b)** son falsas.

Razonamiento:

Mostrar

La diagonal divide el rectángulo en dos triángulos rectángulos, siendo la diagonal sus hipotenusas:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$h = \sqrt{a^2 + b^2} =$$

$$= \sqrt{4^2 + 2^2} =$$

$$= \sqrt{16 + 4} =$$

$$= \sqrt{20}\ cm$$

Pregunta 5

La diagonal de un cuadrado de área 1cm^2 mide...

$1\ cm$

$1\ dm$

$\sqrt{2}\ cm$

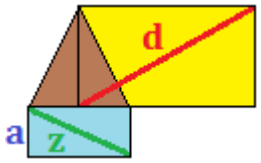
$\sqrt{3}\ dm$

Razonamiento:

Mostrar

Pregunta 6

La siguiente figura está compuesta por dos rectángulos (uno azul y uno amarillo) y un triángulo equilátero (todos sus lados miden lo mismo).



Sabemos que uno de los lados y la diagonal del rectángulo azul miden:

$$a = 2\ cm$$
$$z = 6\ cm$$

Se desea calcular cuánto mide la diagonal del otro rectángulo (d) aplicando el teorema de Pitágoras.

No es posible calcular la diagonal con los datos que conocemos.

Es posible calcularla y mide 7.5cm.

Es posible calcularla y mide 11cm.

Ninguna de las opciones anteriores es cierta.

Razonamiento:

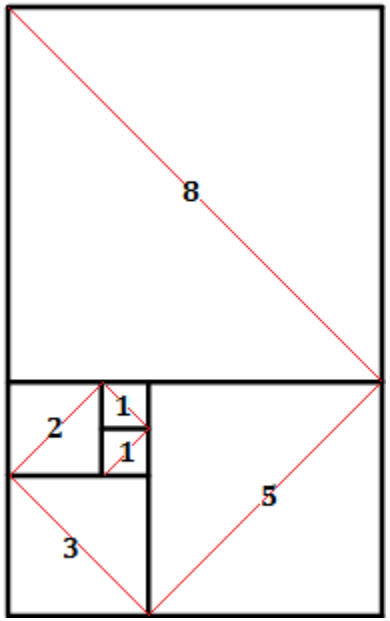
Mostrar

La diagonal del rectángulo amarillo depende de la base de dicho rectángulo. Por tanto, no es posible calcularla ya que no se indica ninguna relación entre ésta y las otras figuras.

Notemos que podríamos alargar o acortar esta base y lo único que cambiaría en la figura es el tamaño del rectángulo amarillo (y su diagonal).

Pregunta 7

La figura siguiente está formada por cuadrados de distintitos tamaños, siendo el número de cada cuadrado la longitud del lado de dicho cuadrado (primeros términos de la serie de Fibonacci).



Se desea calcular la longitud de la *cuerda* de color rojo.

No se puede calcular la longitud con los datos dados.

La longitud es

$$20$$

La longitud es

$$2\sqrt{20}$$

La longitud es

$$20\sqrt{2}$$

Razonamiento:

Mostrar

El segmento de cuerda que hay en cada cuadrado es la diagonal. Aplicando el teorema de Pitágoras, las diagonales miden:

$$d_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 1^2} = \sqrt{2}$$

$$d_2 = \sqrt{2^2 + 2^2} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$d_3 = \sqrt{3^2 + 3^2} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$d_4 = \sqrt{5^2 + 5^2} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 5^2} = 5\sqrt{2}$$

$$d_5 = \sqrt{8^2 + 8^2} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 8^2} = 8\sqrt{2}$$

Por tanto, la longitud de la cuerda es

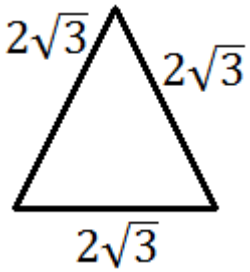
$$20\sqrt{2}$$

Pregunta 8

Queremos calcular la altura, h, de un triángulo equilátero de lado

$$2\sqrt{3}$$

La representación del triángulo es



$$h = 1$$

$$h = 2$$

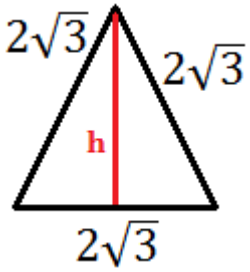
$$h = 3$$

Todas las opciones anteriores son falsas.

Razonamiento:

Mostrar

Dividimos el triángulo:



Aplicamos Pitágoras, pero notemos que uno de los catetos es *h* (no la hipotenusa) y el otro cateto es la mitad del lado:

$$\left(2\sqrt{3}\right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^2 + h^2$$

$$4 \cdot 3 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + h^2$$

$$12 = 3 + h^2$$

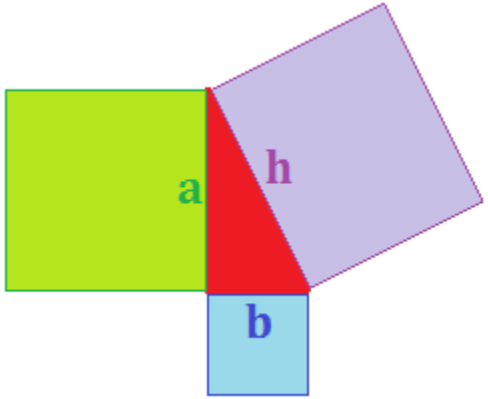
$$9 = h^2$$

Por tanto, la altura es

$$h = 3$$

Pregunta 9

La siguiente figura



puede usarse para demostrar geométricamente el teorema de Pitágoras porque...

El área del cuadrado morado es igual al área del triángulo (color rojo).

La suma de las áreas de los cuadrados morado y azul es igual al área del triángulo (color rojo).

La suma de las áreas del triángulo y del cuadrado verde es igual a la suma de las áreas de los cuadrados azul y morado.

La suma de las áreas de los cuadrados verde y azul es igual al área del cuadrado morado.

Razonamiento:

Mostrar

Las letras a, b y h son los lados y la hipotenusa del triángulo y, también, los lados de los 3 cuadrados.

Las áreas de los cuadrados son

$$a^2, b^2, h^2$$

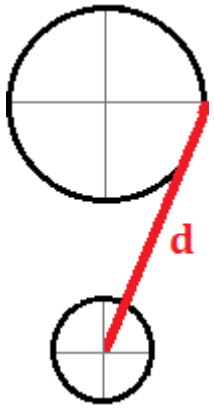
Al sumar las áreas de los cuadrados pequeños (azul y verde) veremos que es igual al área del cuadrado grande (morado), así que tendremos

$$a^2 + b^2 = h^2$$

Y habremos probado, por tanto, el teorema de Pitágoras.

Pregunta 10

Los radios de las circunferencias de la figura miden 1 y 2 metros



Y el segmento rojo que las une mide

$$d = 2\sqrt{10}\ m$$

Se desea calcular la distancia, L, que hay entre los centros de las circunferencias.

No podemos calcular L, al menos aplicando Pitágoras, porque las circunferencias no tienen ángulos rectos.

La distancia es L = 5 m.

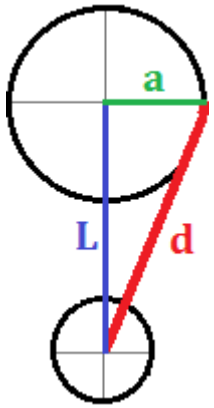
La distancia es L = 60 dm.

La distancia es L = 0,5 cm.

Razonamiento:

Mostrar

Tenemos un triángulo rectángulo:



Podemos aplicar Pitágoras para calcular L:

$$d^2 = L^2 + a^2$$

Aislamos la incógnita L:

$$L = \sqrt{d^2 - a^2}$$

El lado *a* es el radio de la circunferencia mayor, por tanto,

$$a = 2\ m$$

Por tanto, sustituyendo

$$L = \sqrt{\left(2\sqrt{10}\right)^2 - 2^2} =$$

$$= \sqrt{2^2 \cdot \left(\sqrt{10}\right)^2 - 4} =$$

$$= \sqrt{4 \cdot 10 - 4} =$$

$$= \sqrt{36} = 6\ m$$

Luego la distancia entre los centros es de 6 metros, es decir, de 60 decímetros:

$$L = 60\ dm$$

Teorema de Pitágoras - (c) - matesfacil.com

Matesfacil.com by J. Llopis is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.